

Modelos matemáticos para ajuste da curva de lactação de vacas holandesas criadas no oeste de Santa Catarina

Mathematical models to adjust the lactation curve of holstein cows raised in the Western region of Santa Catarina State, Brazil

Marinês Lazzari^[a], Mariana de Almeida Dornelles^[b], Dionéia Magda Everling^[c], Paulo Santana Pacheco^[d], Julio Viégas^[e], Paulo Roberto Nogara Rorato^[f], Alan Miranda Prestes^[g], Lucas Giacomelli^[h], Tiago Bresolin^[i], Cristian Gilberto Pivetta^[j]

^[a] Médica veterinária, mestranda em Zootecnia pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria, RS - Brasil, e-mail: lazzarivet@yahoo.com.br

^[b] Zootecnista, doutoranda em Zootecnia, bolsista Fapergs da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria, RS - Brasil

^[c] Médica veterinária, doutora em Zootecnia pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria, RS - Brasil

^[d] Zootecnista, doutor em Ciência Animal pela Universidade Federal de Goiás (UFG), professor adjunto do Departamento de Zootecnia da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria, RS - Brasil

^[e] Agrônomo, doutor em Zootecnia Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), professor associado do Departamento de Zootecnia da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria, RS - Brasil

^[f] Zootecnista, doutor em Ciências Biológicas pela Universidade de São Paulo (USP), professor associado do Departamento de Zootecnia da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria, RS - Brasil

^[g] Doutorando em Zootecnia pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria, RS - Brasil

^[h] Zootecnista, estagiário na Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria, RS - Brasil

^[i] Graduando em Zootecnia pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Bolsista CNPq, Santa Maria, RS - Brasil

^[j] Médico veterinário autônomo, mestre em Produção Animal pela Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), Santa Maria, RS - Brasil

Resumo

Identificar entre as diversas funções matemáticas citadas na literatura, a que melhor descreve a curva de lactação de vacas leiteiras oriundas de rebanhos do oeste de Santa Catarina. Utilizaram-se 1.284 controles leiteiros de 129 vacas da raça Holandesa. Os parâmetros dos modelos foram estimados por meio de regressão não linear pelo procedimento NLIN (SAS System), utilizando-se o método de *Gauss-Newton*. Os critérios para a escolha do melhor modelo foram: o quadrado médio do resíduo (QMR); o desvio médio absoluto (DMA); o coeficiente de determinação (R^2); o índice de melhor ajuste; a avaliação visual comparada entre as curvas estimada e observada e o gráfico de distribuição dos resíduos. O modelo de Wood (1967) foi o mais satisfatório para descrever a curva de lactação das vacas, apresentando R^2 de 0,95, DMA de 0,56, QMR de 27,57, menor índice (4,86), menores amplitudes dos resíduos (entre 0,5 e -0,5 litros) e curva estimada mais condizente com a observada.

Palavras-chave: Modelos não lineares. Pico de lactação. Produção de leite. Projeção de lactação.



Abstract

To Identify the best model to describe the lactation curve of dairy cows from the Western region of Santa Catarina State, Brazil, among the various mathematical functions cited in literature. Milking control data (1.284) from 129 Holstein cows were used. Model parameters were estimated by non-linear regression through NLIN procedure (SAS System), using the Gauss-Newton method. The criteria for choosing the best model were: quasi-minimal residual, mean absolute deviation, coefficient of determination (R^2), best fit index, visual assessment of estimated and observed curves, and the residuals distribution graph. The model of Wood (1967) was the best to describe the lactation curve of cows, presenting R^2 of 0.95, DMA of 0.56, QMR of 27.57, the lowest index (4.86), the lowest residual range (between 0.5 and -0.5 liters) and an estimated curve more consistent with the observed.

Keywords: Non-linear models. Peak milk production. Milk production. Projection of lactation.

Introdução

Nos últimos anos, a produção leiteira vem crescendo expressivamente, com as estimativas para 2011 apontando o Brasil como sexta maior produção mundial. Atualmente, a produção se encontra em 30.861 bilhões de litros ao ano, com a contribuição de 1.742 bilhão de litros ao ano pela região catarinense, garantindo-lhe a quinta colocação no *ranking* de produção do país, feito considerável para um Estado com apenas 1,12% do território nacional (ANULPEC, 2011).

Para melhor compreender a situação da produção leiteira em nosso país, faz-se necessário o conhecimento da curva de lactação, que pode ser representada graficamente pela evolução da produção de leite do parto até a secagem do animal. Essa, por sua vez, pode ser descrita por meio de uma função matemática que procura estimar o processo fisiológico durante o período de produção, ao longo dos meses (QUINTERO et al., 2007). Consultores técnicos devem ter essa percepção para diagnosticar corretamente a situação produtiva de um rebanho leiteiro, localizar as áreas prioritárias de ação e as prováveis soluções (MOLENTO et al., 2004).

Segundo Wood (1967), o conhecimento da curva de lactação é necessário para determinar o manejo nutricional e reprodutivo de animais em lactação, por estimar a produção total, o pico de produção e a persistência de lactação. Além disso, Cobuci, Euclides e Verneque (2000) comentam que o formato da curva e suas implicações sobre a produção de leite podem auxiliar o produtor na previsão da produção de leite de suas vacas em determinado

estágio de lactação e, também, na tomada de decisões quanto ao descarte.

Tekerli et al. (2000) acrescentam que nem todas as vacas ou grupo de vacas têm curvas de lactação iguais, pois além do componente genético, a magnitude dos parâmetros que determinam sua forma varia segundo a influência de diferentes fatores, como rebanho, ano de parto, ordem e estação de parição e idade da vaca.

Visto isso, para caracterizar as curvas de lactação, é necessário conhecer os modelos que as definem melhor. Esses permitem prever os valores esperados e, por sua vez, ajudam a estimar os coeficientes para conhecer as variações da produção ao longo da lactação. Essa metodologia se baseia na observação de uma curva de lactação estendida ao grupo de animais, a partir da qual, em combinação com sua parte conhecida, estima-se a produção total (QUINTERO et al., 2007).

Estudos com curvas de lactação em bovinos tiveram início em 1923 (BRODY; TURNER; RAGSDALE, 1923) e, com o passar dos anos, muitas funções matemáticas foram propostas e comparadas com as que existem, na expectativa de melhor prever o formato das curvas de lactação e suas implicações quanto ao manejo, à reprodução e à seleção. Atualmente, existem na literatura muitos trabalhos (COBUCI; EUCLYDES; VERNEQUE, 2000; CRUZ; RIBEIRO; PIMENTA FILHO, 2009; GLÓRIA et al., 2010; GONÇALVES et al., 2002; OLIVEIRA et al., 2007), porém, estimativas de curvas de lactação em rebanhos na região Sul (MOLENTO et al., 2004) ainda são escassas.

O objetivo deste trabalho foi identificar a função matemática que melhor descreve a curva de lactação de vacas da raça Holandesa criadas no oeste catarinense.

Materiais e métodos

Os dados foram coletados em seis propriedades leiteiras no oeste de Santa Catarina, situadas nos municípios de Itapiranga, São João do Oeste e São Lourenço do Oeste, entre os meses de junho de 2007 e fevereiro de 2008. Foram efetuados 12 controles leiteiros semanais, aferindo a quantidade de leite produzida pelas vacas em duas ordenhas diárias, com intervalo de 12h; a primeira foi realizada às 5h e a segunda, às 17h. O arquivo apresentava 1.284 registros de produção de leite, mensurados em 129 vacas da raça Holandesa. Para o ajuste da curva de lactação média, foram utilizados oito modelos matemáticos citados por Cobuci, Euclides e Verneque (2000): Brody 23 - $y = a \exp^{-cn}$ (BRODY; TURNER; RAGSDALE, 1923); Brody 24 - $y = a \exp^{-bn} - a \exp^{-cn}$ (BRODY; TURNER; RAGSDALE, 1924); Nelder - $y = n/a + bn + cn^2$ (NELDER, 1966); Wood - $y = a \exp^{b-cn}$ (WOOD, 1967); Madalena - $y = a - cn$ (MADALENA; MARTINEZ; FREITAS, 1979); Bianchini Sobrinho - $y = a + b^n + c \ln(n)$ (BIANCHINI SOBRINHO, 1984); Papajcsik e Bodero - $y = a \exp^{-cn}$ (PAPAJCSIK; BODERO, 1988); e COBUCI - $y = a - cn + \ln(n)$ (COBUCI; EUCLYDES; VERNEQUE, 2000); em que: y representa a produção de leite; a , b , e c são parâmetros a serem estimados, n é o período de tempo após o parto em que foi medida a produção de leite (15 dias), \exp é o expoente e \ln , o logaritmo. Embora os símbolos usados para representar os parâmetros das diferentes funções sejam os mesmos, eles não têm necessariamente a mesma interpretação matemática ou biológica (COBUCI; EUCLYDES; VERNEQUE, 2000). Porém, a maioria dos modelos segue o exemplo de Wood (1967), sendo que: a representa o parâmetro relacionado à produção inicial de leite; b define a taxa de ascensão média na fase pré-pico de produção; e c indica a taxa média de declínio da produção após o pico.

Os parâmetros dos modelos foram estimados pelo método de *Gauss-Newton*, modificado por meio do procedimento NLIN do *software* estatístico SAS (SAS..., 2001). No caso dos modelos não lineares, segundo Sarmento et al. (2006), não é possível resolver o sistema de equações formado diretamente, como ocorre no caso linear, uma vez que a resolução do sistema é dependente dos próprios parâmetros a serem estimados. Dessa forma, usa-se um processo iterativo para obtenção das estimativas dos parâmetros, com valores iniciais atribuídos aos próprios

parâmetros a serem estimados, calcula-se a soma de quadrados do erro e , a cada passo, obtém-se um conjunto de estimativas atualizadas até o procedimento convergir para um vetor final de estimativas, obtendo-se a soma mínima de quadrados do erro.

Os critérios para selecionar o modelo matemático de melhor ajuste da curva de lactação foram: o quadrado médio do resíduo (QMR), calculado dividindo-se a soma de quadrados do resíduo (SQR) obtida pelo *software* SAS (2001), pelo número de observações - o estimador da máxima verossimilhança da variância residual; o coeficiente de determinação (R^2) obtido por: 1 menos a SQR dividido pela soma de quadrados total (SQT) corrigida para média (SOUZA et al., 1998); e o desvio médio absoluto dos resíduos (DMA), estatística proposta por Sarmento et al. (2006), calculado com base no somatório em módulo do valor observado (Y_i) e estimado (\hat{Y}_i), dividido pelo tamanho da amostra (n). Posteriormente, utilizou-se o índice proposto por Ratkowsky (1990) a partir da seguinte fórmula: $DMA + \sqrt{QMR} - R^2$, na qual quanto menor o valor obtido, melhor o modelo. A avaliação visual do gráfico de distribuição dos resíduos padronizados e a comparação da curva estimada pelo modelo matemático com a observada também foram utilizadas para a escolha do modelo mais adequado.

Resultados e discussão

As estimativas dos parâmetros, considerando-se todos os dados para cada modelo, e os critérios utilizados para avaliar o modelo que melhor descreveu a curva de lactação de vacas da raça Holandesa, são apresentados na Tabela 1. Nas análises realizadas para testar as funções descritas, verificou-se que o modelo Brody 24 não convergiu.

Observa-se na Tabela 1 que os valores dos coeficientes de determinação (R^2) para as diferentes funções utilizadas foram elevados para a maioria dos modelos. As estimativas variaram de 0,23 a 0,95, apresentando resultados mais satisfatórios os modelos com R^2 acima de 0,90, por explicar melhor o quanto as variáveis utilizadas no estudo influenciam a variação total da produção de leite.

Da mesma forma, Gonçalves et al. (2002), trabalhando com animais da raça Holandesa em Minas Gerais, encontraram valores de R^2 acima de 0,99 para os cinco modelos testados. Valores superiores a 0,93

Tabela 1 - Parâmetros estimados e critérios para comparação de modelos matemáticos para ajuste da curva de lactação média

Modelo matemático	Parâmetros estimados			DMA	QMR	R ²	Índice
	A	b	c				
Brody 23	33,42	-	0,0329	1,17	28,81	0,95	5,58
Brody 24	NC	NC	NC	NC	NC	NC	NC
Nelder	0,02	0,0206	0,0018	1,11	28,62	0,95	5,51
Wood	27,10	0,2063	0,0557	0,56	27,57	0,95	4,86
Madalena	32,02	-	0,7544	0,74	27,75	0,25	5,76
Bianchini Sobrinho	19,85	-0,4124	23,982	3,60	41,15	0,24	9,77
Papajcsik e Bodero	11,12	-	0,1399	3,00	39,48	0,93	8,35
Cobuci	30,82	-	0,8482	0,62	27,52	0,23	5,64

Legenda: DMA = Desvio médio absoluto; QMR = Quadrado médio do resíduo; R² = coeficiente de determinação; Índice = $DMA + \sqrt{QMR} - R^2$; NC = Não convergiu.
Fonte: Dados de pesquisa.

também foram encontrados por Cruz, Ribeiro e Pimenta Filho (2009) para todas as funções estimadas tanto para a raça Guzerá e Sindi. Glória et al. (2010), estudando quatro grupos genéticos de mestiças Holandês-Zebu, verificaram valores entre 0,83 a 0,95.

Estudos realizados por Alam, Khan e Khanon (2009) com vacas da raça Holandesa e cruzamentos em Bangladesh (Chittagong), verificaram valores de R² menores (0,59 a 0,79). Mais baixos ainda (13% a 43%) foram os resultados encontrados por Oliveira et al. (2007), em estudos com curva de lactação de vacas mestiças F1 Holandês-Gir preditos por meio da função de Wood (1967).

Os valores obtidos para o DMA foram baixos, com pequenas variações de 3,60 a 0,56 (Tabela 1), com os menores valores para os modelos Cobuci, Euclides e Verneque (2000) e Wood (1964) e a maior para o modelo Bianchini Sobrinho (1984). Já as estimativas do QMR variaram de 27,52 a 41,15. Assim como verificado para o DMA, os maiores valores de QMR foram estimados para o modelo Bianchini Sobrinho (41,15).

A partir dos resultados dos critérios de escolha do melhor modelo, evidenciados na Tabela 1, no Gráfico 1 são apresentadas as curvas estimadas pelos modelos matemáticos em relação às observadas e no Gráfico 2, as dos resíduos padronizados.

Graficamente, o modelo de Wood foi o mais adequado por estimar, principalmente, o início da lactação (Gráfico 1), fase considerada crítica para o sistema de produção de bovinos de leite, em razão de diversos fatores. Após o parto, os animais se encontram num período de alta produção de leite e em condição de balanço energético negativo, pois a capacidade física de ingestão de matéria

seca não é suficiente para atender a demanda de produção e manutenção da vaca, mesmo fornecido o alimento gradativamente e em alta concentração (CAMPOS et al., 2007). Além disso, há perda de peso corporal, maior grau de estresse, mudanças hormonais, baixa imunidade e, conseqüentemente, maior predisposição a doenças e distúrbios metabólicos (CASTRO; RIBEIRO; SIMÕES, 2009).

A equação de Cobuci, embora se aproxime dos dados observados, não foi a de melhor ajuste, pois superestimou a produção de leite na fase inicial e na final (Gráfico 1) e apresentou tendência linear, com pequeno pico logo nas primeiras semanas de lactação. Esse resultado corrobora o estudo realizado com vacas da raça Guzerá (COBUCI; EUCLYDES; VERNEQUE, 2000) e relatado por Madalena, Martinez e Freitas (1979) em raças zebuínas.

De modo geral, o formato da curva divide-se em três fases distintas: a primeira, em ascendência até atingir a produção máxima de leite; a segunda, como o pico de lactação, em que a produção se mantém por um período, ocorrendo pequenas oscilações até atingir a fase seguinte; e a terceira, na qual a produção cai mensalmente até o período seco do animal. Essa caracterização foi relatada por Molento et al. (2004), em estudo com vacas da raça Holandesa no Paraná. Em raças zebuínas, constatou-se que a curva de lactação tende a não apresentar pico ou, quando apresenta, ele ocorre logo nas primeiras semanas (COBUCI; EUCLYDES; VERNEQUE, 2000; EL FARO; ALBUQUERQUE; FRIES, 1999), com uma tendência linear decrescente ao longo das semanas de lactação (CRUZ; RIBEIRO; PIMENTA FILHO, 2009).

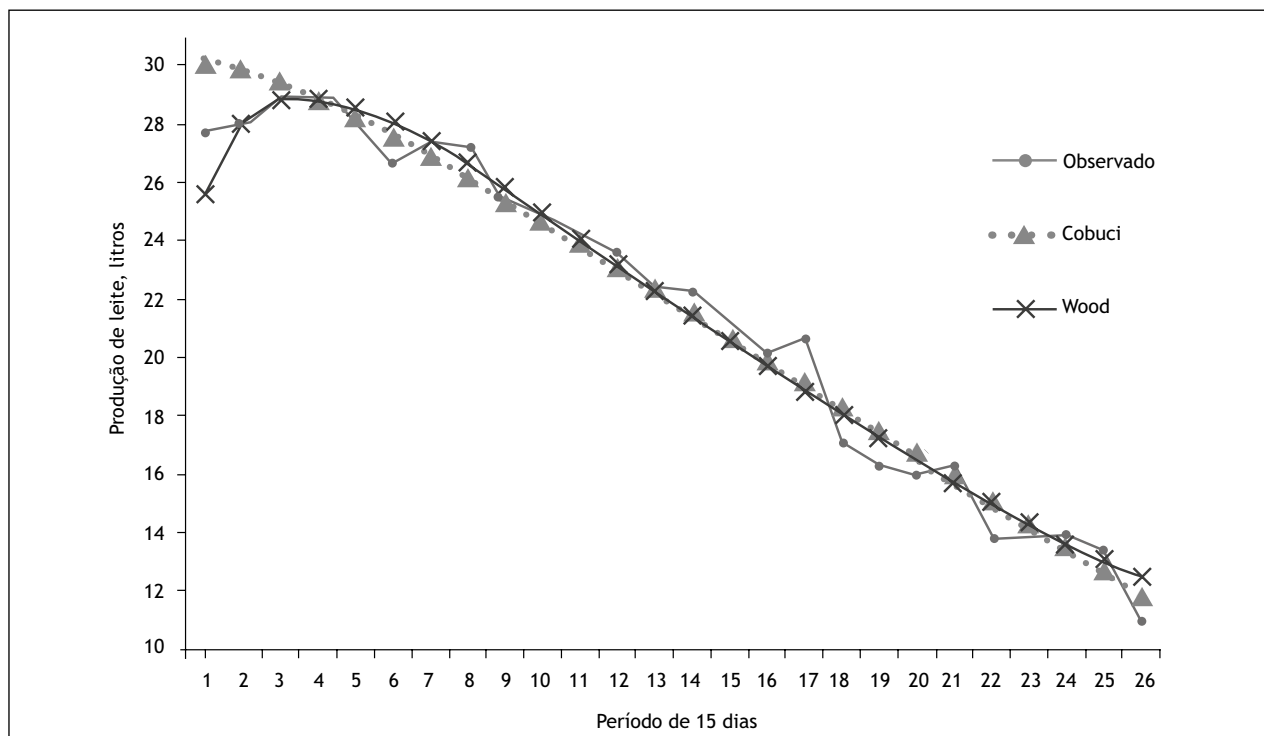


Gráfico 1 - Curvas de lactação obtidas pelas médias da produção de leite observada e previstas pelos modelos de Wood e Cobuci

Fonte: Dados de pesquisa.

O comportamento dos resíduos padronizados ao longo das semanas de produção de leite (Gráfico 2) também demonstra a qualidade do ajuste proporcionada pelas funções matemáticas, pois quanto menor a dispersão em torno do eixo zero, melhor ajustado será o modelo.

Nota-se que as estimativas dos resíduos dos quatro modelos se distribuíram de forma homogênea entre -2,5 e 2,5 L em torno do valor zero (Gráfico 2). Entretanto, os resíduos estimados para o modelo Papajcsik e Bodero indicaram subestimação da produção leiteira no início e superestimação da produção no final da lactação, observação presente também no trabalho realizado por Scalez et al. (2009), onde a distribuição deteve-se entre -5 e 5 L e o inverso ocorreu no modelo de Bianchini Sobrinho. Para Cruz, Ribeiro e Pimenta Filho (2009), os desvios médios entre as produções totais observadas e estimadas foram semelhantes, de -2,72 para as vacas Guzerá e -2,16 para as Sindi.

Diante dos critérios estabelecidos para a escolha do melhor modelo, optou-se pelo modelo de Wood, por apresentar o menor índice, os menores

desvios residuais e uma representação gráfica mais adequada. Esse resultado é semelhante àqueles observados por Scalez et al. (2009), em estudo realizado com vacas com percentual de alelos da raça Holandesa acima de $\frac{3}{4}$ em Mato Grosso. Também Glória et al. (2010) encontraram resultado semelhante em ajuste para dados com vacas mestiças Holandês-Gir, Holandês-Guzerá, Holandês-Nelore e Holandês-azebuadas e Elahi Torshizi et al. (2011) para vacas primíparas da raça Holandesa no Irã. Além disso, outros autores testaram a equação de Wood (1967) em outras raças, alguns exemplos são: El Faro et al. (1999) em estudo com vacas da raça Caracu e Cruz; e Ribeiro e Pimenta Filho (2009) nas raças Guzerá e Sindi na região semiárida do estado da Paraíba, com ajustes satisfatórios.

Entretanto, os resultados obtidos neste trabalho diferem daqueles reportados por Cobuci, Euclides e Verneque (2000), que compararam os ajustes de 22 equações e concluíram que os modelos Brody, Turner e Ragsdale (1923), Bianchini Sobrinho (1984), Papajcsik e Bodero (1988), e o proposto pelos autores foram os que melhor se ajustaram à

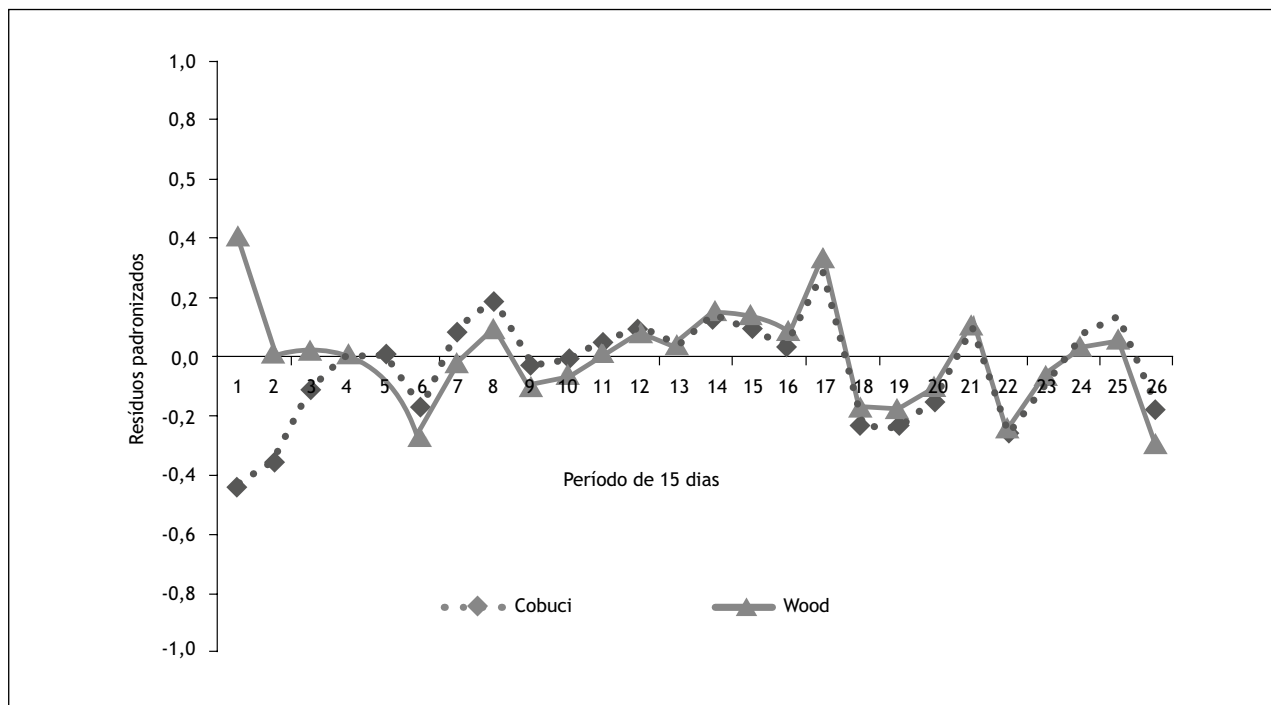


Gráfico 2 - Dispersão dos resíduos padronizados dos modelos de Wood e Cobuci

Fonte: Dados de pesquisa.

curva de lactação de vacas da raça Guzerá. Gonçalves et al. (2002), ao estudarem curvas de lactações em rebanhos da raça Holandesa no estado de Minas Gerais e Oliveira et al. (2007), para a curva de lactação de vacas mestiças F1 Holandês-Gir, constataram que a função de Wood (1967) não se ajustou adequadamente aos dados de produção de leite.

Com isso, a curva de lactação retratada pelo modelo de Wood pode contribuir para o melhor entendimento e manipulação do sistema de produção, auxiliando o produtor na identificação de quedas bruscas de produção, resposta a dietas e manejo. Além disso, o modelo auxilia a identificar precocemente vacas potencialmente superiores para os diferentes sistemas de produção, com vistas ao aprimoramento genético do rebanho leiteiro.

Conclusão

O modelo de Wood (1967) pode ser utilizado para o ajuste da curva de lactação média de vacas da raça Holandesa criadas no oeste catarinense, sendo

capaz de se adequar às curvas de lactação individuais a partir de lactações incompletas ou com reduzido número de controles por animal.

Agradecimentos

Agradecemos a todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para a coleta dos dados utilizados neste estudo.

Referências

ALAM, M. R.; KHAN, M. K. I.; KHANON, J. Prediction of lactation milk yield from test day records using Wood model. **Wayamba Journal of Animal Science**, v. 1, p. 18-19, 2009.

ANUALPEC: **Anuário da Pecuária Brasileira**. São Paulo: InformaEconomcs/FNP, 2011.

BIANCHINI SOBRINHO, E. **Estudo da curva de lactação de vacas da raça Gir**. 1984. 88 f. Tese (Doutorado em Genética) – Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 1984.

- BRODY, S.; TURNER, C. W.; RAGSDALE, A. C. The rate of decline of milk secretion with the advance of the period lactation. **The Journal of General Physiology**, v. 5, n. 4, p. 441-444, 1923. PMID:19872010.
- BRODY, S.; TURNER, C. W.; RAGSDALE, A. C. The relation between the initial rise and the subsequent decline of milk secretion following parturition. **The Journal of General Physiology**, v. 6, n. 5, p. 541-545, 1924. PMID:19872094.
- CAMPOS, W. E. et al. Digestibilidade da proteína de alimentos utilizados na alimentação de ruminantes pelo método das três etapas. **Revista Brasileira de Saúde e Produção Animal**, v. 8, n. 4, p. 295-302, 2007.
- CASTRO, D.; RIBEIRO, C.; SIMÕES, J. Medicina de produção: incidência e distribuição de doenças metabólicas em explorações de bovinos de elevada produção leiteira na região de Aveiro, Portugal. **PUBVET**, v. 3, n. 2, 63. ed., art. 243, 2009.
- COBUCCI, J. A. et al. Curva de lactação na raça Guzerá. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 29, n. 5, p.1332-1339, 2000. doi:10.1590/S1516-35982000000500011.
- CRUZ, G. R. B.; RIBEIRO, M. N.; PIMENTA FILHO, E. C. Estimativas de parâmetros de curvas de lactação de bovinos. **Archivos de Zootecnia**, v. 58, n. 224, p. 695-704, 2009. doi:10.4321/S0004-05922009000400007.
- EL FARO, L.; ALBUQUERQUE, L. G.; FRIES, L. A. Comparação de alguns modelos matemáticos para ajuste à curva de lactação média de um rebanho da raça Caracu. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 28, n. 5, p. 987-992, 1999. doi: 10.1590/S1516-35981999000500012.
- ELAHI TORSHIZI, M. et al. Comparison and evaluation of mathematical lactation curve functions of Iranian primiparous Holsteins. **South African Journal of Animal Science**, v. 41, n. 2, p. 104-115, 2011.
- GLÓRIA, J. R. et al. Curvas de lactação de quatro grupos genéticos de mestiças Holandês-Zebu. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 39, n. 10, p. 2160-2165, 2010. doi:10.1590/S1516-35982010001000009.
- GONÇALVES, T. M. et al. Curvas de lactação em rebanhos da raça Holandesa no estado de Minas Gerais. Escolha do modelo de melhor ajuste. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 31, n. 4, p. 1689-1694, 2002.
- MADALENA, F. E.; MARTINEZ, M. L.; FREITAS, A. F. Lactation curves of Holstein-Friesian and Holstein-Friesian x Gir cows. **Animal Production**, v. 29, n. 1, p. 101-107, 1979. doi:10.1017/S0003356100012198.
- MOLENTO, C. F. M. et al. Curvas de lactação de vacas holandesas do Estado do Paraná, Brasil. **Ciência Rural**, v. 34, n. 5, p. 1585-1591, 2004. doi:10.1590/S0103-84782004000500040.
- NELDER, J. A. Inverse polynomials a useful group of multi-factor response functions. **Biometrics**, v. 22, n. 1, p. 128-141, 1966.
- OLIVEIRA, H. T. V. et al. Curvas de lactação de vacas F1 Holandês-Gir ajustadas pela função gama incompleta. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, v. 59, n. 1, p. 233-238, 2007. doi:10.1590/S0102-09352007000100037.
- PAPAJCSIK, I. A.; BODERO, J. Modeling lactation curves of Friesian cow in a subtropical climate. **Animal Production**, v. 47, n. 2, p. 201-207, 1988. doi:10.1017/S0003356100003275.
- QUINTERO, J. C. et al. Modelos matemáticos para curvas de lactancia em ganado lechero. **Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias**, v. 20, n. 2, p. 149-156, 2007.
- RATKOWSKY, D. A. **Handbook of nonlinear regression models**. New York: M. Dekker, 1990.
- SARMENTO, J. L. R. et al. Estudo da curva de crescimento de ovinos Santa Inês. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 35, n. 2, p. 435-442, 2006. doi:10.1590/S1516-35982006000200014
- STATISTICAL ANALYSIS SYSTEM - SAS. **SAS: user's guide**. Cary, NC: Statistical Analysis System Institute Inc., 2001.
- SCALEZ, D. C. B. et al. Modelos para ajuste da curva de lactação de vacas leiteiras. In: ZOOTEC, 2009, Águas de Lindoia. **Anais... Águas de Lindoia: USP**, 2009. p. 1-4.
- SOUZA, G. S. **Introdução aos modelos de regressão linear e não-linear**. Brasília: Serviço de Produção de Informação, 1998.
- TEKERLI, M. et al. Factors affecting the shape of lactation curves of Holstein cows from the Balikesir province of Turkey. **Journal of Dairy Science**, v. 83, n. 6, p. 1381-1386, 2000. doi:10.3168/jds.S0022-0302(00)75006-5.
- WOOD, P. D. P. Algebraic model of the lactation curve in cattle. **Nature**, v. 216, p. 164-165, 1967. doi:10.1038/216164a0.

Recebido: 14/08/2012
Received: 08/14/2012

Aprovado: 03/04/2013
Approved: 04/03/2013

